

유형 18 삼각함수가 포함된 방정식이 실근을 가질 조건

삼각함수를 포함한 방정식 $f(x)=k$ 가 실근을 가지려면
 $\Rightarrow y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=k$ 가 교점을 가져야 한다.

0709 대표문제

방정식 $\sin^2 x + 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
 ④ 2 ⑤ 4

0710 ㉠

방정식 $\sin^2 x + \cos x + a = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

0711 ㉠ 서술형

방정식 $\sin^2 \theta - 2 \cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) - a - 1 = 0$ 을 만족시키는 θ 가 존재할 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하시오.

0712 ㉠

방정식 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4 \sin(\pi + x) = k$ 가 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.
 (단, $0 \leq x < \pi$)

**유형 19** 삼각함수가 포함된 부등식 - 일차식 꼴

- (1) 부등식 $\sin x > k$ (또는 $\cos x > k$ 또는 $\tan x > k$)의 해
 $\Rightarrow y = \sin x$ (또는 $y = \cos x$ 또는 $y = \tan x$)의 그래프가 직선 $y = k$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위
 (2) 부등식 $\sin x < k$ (또는 $\cos x < k$ 또는 $\tan x < k$)의 해
 $\Rightarrow y = \sin x$ (또는 $y = \cos x$ 또는 $y = \tan x$)의 그래프가 직선 $y = k$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위

0713 대표문제

$0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 부등식 $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq \frac{1}{2}$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.

0714 ㉠

$0 \leq \theta < \pi$ 일 때, 부등식 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos \theta < \frac{1}{2}$ 의 해는?

- ① $\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{5}{6}\pi$
 ③ $\frac{\pi}{3} < \theta \leq \frac{2}{3}\pi$ ④ $\frac{\pi}{3} < \theta \leq \frac{5}{6}\pi$
 ⑤ $\frac{\pi}{3} < \theta \leq \pi$

0715 ㉠

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 다음 중 부등식 $\sin x \geq \cos x$ 의 해가 아닌 것은?

- ① $\frac{1}{2}\pi$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ π
 ④ $\frac{5}{4}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

0716 ㉠

연립부등식 $\begin{cases} 2 \cos \alpha < \sqrt{3} \\ 2 \sin \alpha \leq \sqrt{2} \end{cases}$ 를 만족시키는 각 α 를 나타내는 동경과 각 β 를 나타내는 동경이 y 축에 대하여 대칭일 때, β 의 값의 범위를 구하시오. (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \beta < 2\pi$)



유형 20 삼각함수가 포함된 부등식 - 이차식 꼴

- (i) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 을 이용하여 한 종류의 삼각함수에 대한 부등식으로 고친다.
- (ii) 삼각함수에 대한 이차부등식을 푼다.
- (iii) 그래프를 이용하여 x 의 값의 범위를 구한다.

0717 대표문제

$0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 부등식 $2 \sin^2 x > 3 \cos x$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{3}\pi$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{3}\pi$
- ④ $\frac{11}{6}\pi$ ⑤ 2π

0718 ㉠

$0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 부등식 $2 \cos^2 x < \sin x + 1$ 의 해를 구하시오.

0719 ㉠

$0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식

$$2 \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \cos \left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 \geq 0$$

의 해가 $a \leq x \leq \beta$ 이다. 이때 $\frac{\beta}{a}$ 의 값을 구하시오.

0720 ㉠

부등식 $\cos^2 \theta + 4 \sin \theta \leq 2a$ 가 모든 실수 θ 에 대하여 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

유형 21 삼각함수가 포함된 방정식과 부등식의 활용

a, b, c 가 실수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식을 $D = b^2 - 4ac$ 라 하면

- (1) $D > 0 \iff$ 서로 다른 두 실근
- (2) $D = 0 \iff$ 중근 (서로 같은 두 실근)
- (3) $D < 0 \iff$ 서로 다른 두 허근

0721 대표문제

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$x^2 - 2x \sin \theta - 3 \cos^2 \theta + 2 \geq 0$ 이 항상 성립할 때, θ 의 값의 범위를 구하시오. (단, $0 \leq \theta < \pi$)

0722 ㉠

다음 물음에 답하시오.

- (1) x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x \sin \theta + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 θ 의 값을 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 할 때, $\cos(\beta - \alpha)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \pi$)
- (2) x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2x \cos \theta + \sin \theta + 1 = 0$ 의 실근이 존재하도록 하는 θ 의 값의 범위를 구하시오. (단, $0 < \theta < 2\pi$)

0723 ㉠

다음 중 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 3x + \sin^2 \theta - 3 \cos^2 \theta = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖도록 하는 θ 의 값으로 옳지 않은 것은? (단, $0 \leq \theta \leq 2\pi$)

- ① 0 ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{2}{5}\pi$
- ④ $\frac{7}{6}\pi$ ⑤ $\frac{7}{4}\pi$

0724 ㉠ 서술형

x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 2x \cos \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta - 1 = 0$$

이 허근을 갖도록 하는 θ 의 값의 범위가 $\alpha < \theta < \beta$ 이다. 이때 $\sin(\beta - \alpha)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq \theta < 2\pi$)



0732

다음 함수 중 주기가 가장 긴 것은?

- ① $y = \cos x$ ② $y = 2 \sin x + 1$
- ③ $y = |\cos x|$ ④ $y = \tan \frac{1}{2}x + 1$
- ⑤ $y = 3 \sin \frac{1}{2}x - 1$

0733

함수 $f(x)$ 가 다음과 같을 때, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+8) = f(x)$ 를 만족시키지 않는 것은?

- ① $f(x) = \sin \pi x$ ② $f(x) = \sin \frac{3}{2}\pi x$
- ③ $f(x) = \cos \frac{5}{2}\pi x$ ④ $f(x) = \cos \frac{\pi}{3}x$
- ⑤ $f(x) = \tan 2\pi x$

0734

다음 중 함수 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 최댓값은 2이다.
- ② 최솟값은 0이다.
- ③ 주기는 π 이다.
- ④ 그래프는 점 $\left(0, \frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$ 를 지난다.
- ⑤ $y = \sin 2x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

0735

다음 중 함수 $y = \cos 2x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은?

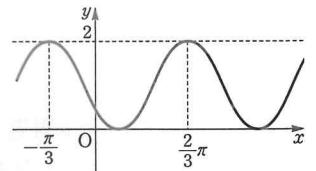
- ① $y = \sin 2x + 1$ ② $y = -\sin 2x - 1$
- ③ $y = \cos 2x - 1$ ④ $y = -\cos 2x + 1$
- ⑤ $y = -\cos 2x - 1$

0736

두 함수 $f(x) = a \sin x - b$, $g(x) = -3x + 2$ 에 대하여 $(g \circ f)(x)$ 의 최댓값이 11, 최솟값이 -13 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$, a, b 는 상수이다.)

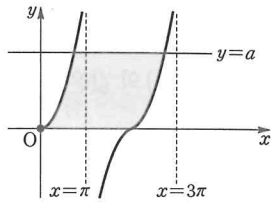
0737 중요

오른쪽 그림은 함수 $y = \cos a(x+b) + 1$ 의 그래프이다. 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.
(단, $a > 0, 0 < b < \pi$)



0738

오른쪽 그림과 같이 두 직선 $x=\pi$, $x=3\pi$ 를 점근선으로 하는 함수 $y=\tan ax$ ($0 \leq x < 3\pi$)의 그래프와 x 축 및 직선 $y=a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.
(단, $a > 0$)



0739

$$\frac{\cos(\pi + \theta) \tan(2\pi - \theta)}{\sin\left(\frac{5}{2}\pi + \theta\right)} \cdot \frac{\sin(3\pi - \theta) \tan(-\theta)}{\cos\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right)}$$

간단히 하면?

- ① $-2 \tan \theta$ ② $\frac{2}{\tan \theta}$ ③ 0
- ④ $-\frac{2}{\tan \theta}$ ⑤ $\cos \theta - \sin \theta$

0740

$\left(\cos^2 \frac{\pi}{10} + \cos^2 \frac{2}{10}\pi + \dots + \cos^2 \frac{9}{10}\pi\right) - \cos^2 \frac{\pi}{2}$ 의 값은?

- ① 4 ② 3 ③ 2
- ④ 1 ⑤ 0

0741

함수 $y = |\cos x - a| + 2a$ 의 최솟값이 1일 때, 최댓값을 구하시오. (단, $0 < a < 1$)

0742

함수 $y = \sin^2 x - \cos x - a$ 의 최댓값이 $\frac{1}{4}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)

0743

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 일 때, 함수 $y = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{3 \cos \theta - \sin \theta}$ 의 최댓값을 α , 최솟값을 β 라 한다. 이때 $\alpha - \beta$ 의 값을 구하시오.

0744

$0 \leq \theta \leq 2\pi$ 에서 방정식

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \sin(\pi - \theta) = \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) + \sin(2\pi - \theta)$$

를 만족시키는 모든 θ 의 값의 합은?

- ① 4π ② $\frac{7}{2}\pi$ ③ 3π
- ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 2π

0745

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\log(\sin \theta) - \log(\cos \theta) = \frac{1}{2} \log 3$ 을 만족시키는 θ 의 값을 구하시오.